ПУЛЬСАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В ИСКРИВЛЕННЫХ КАНАЛАХ

Турбулентным моделям переноса концентрации потоке посвящены множество работ. Известные модели учитывают только силы плавучести и их применения в практических целях ограничены. Это касается турбулентных русловых течений рек, где реки имеют поворотные зоны и изгибы. В настоящее время такое детальное исследование имеет практически интерес для правильного понимания и расчета оседания концентраций вещества не только за счет архимедовых сил, но и за счет центробежных сил, появляющихся на поворотах и изгибах русловых потоков. Первая попытка учесть влияния кривизны канала на структуру пульсации примеси была предпринята, где были сформулированы и получены алгебраические уравнения для моментов второго порядка. При этом учитывается кривизна потока, где радиус – вектор совпадает с направлением силы тяжести. Это несколько упрощает задачу, так как общие взаимодействия силы тяжести и центробежной силы, вызванные кривизной канала выглядит так

$$f = \left(g \pm \frac{U_1^2}{R} \right) \frac{\rho' q}{\rho}$$

Но такой учет кривизны применим только для прямого канала с буграми и ямами на дне канала. Практический интерес представляет течения в реках с поворотными зонами, где центробежная сила действует в горизонтальной плоскости, а сила тяжести в вертикальной плоскости. Уравнения для моментов второго порядка переноса примеси в искривленных русловых потоках, записанные для полностью развитого турбулентного сдвигового течения, с учетом центробежной силы и сил плавучести имеют вид

$$\overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}+\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}+k\frac{\sqrt{E}}{l}\left(\overline{u_i u_j}-\frac{2}{3}\delta_{ij}E\right)+\frac{2}{3}c\delta_{ij}\frac{E^{3/2}}{l}\ + \qquad (1)$$

$$+\frac{U_1}{R}\delta_{3i}\overline{u_1 u_j}-\frac{U_1}{R}\delta_{1i}\overline{u_3 u_j}\ +\alpha g\left(\delta_{2i}\overline{q u_j}+\delta_{2j}\overline{q u_i}\right)=0$$

$$\overline{u_k q}\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k}+\overline{u_i u_k}\frac{\partial Q}{\partial x_k}+k_q\frac{\sqrt{E}}{l}\overline{u_i q}+g\delta_{3i}\alpha\overline{q^2}=0$$

$$\overline{u_k q}\frac{\partial Q}{\partial x_k}+c_q\frac{q^2\sqrt{E}}{l}=0$$

Решение уравнений (1) представляется в виде двух сомножителей, первый из которых совпадает с выражением соответствующей величины в однородной среде, а второй учитывает влияние центробежных сил и сил плавучести одновременно, связанных с кривизной потока и наличием архимедовых сил

$$u_2^{\ 2}=\frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2\cdot\Omega_1$$

$$\Omega_1=\frac{\psi^2\left(\psi^2-\alpha\cdot\frac{k}{c_q}\cdot Rq\right)}{\left(\psi^2-\alpha\cdot\frac{k}{c_q}\cdot Rq-2\alpha\cdot Rq\right)} \qquad (2)$$

$$-u_1u_3 = l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \Omega_2 \qquad \Omega_2 = \frac{\psi^3(1+De)}{\left(\psi^2 - 6\alpha\cdot De + 4\alpha\cdot De^2\right)}$$

$$u_3^2 = \frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \Omega_3$$

$$\Omega_3 = \frac{\psi^2\left(\psi^2 - 4\alpha\cdot De + 6\alpha\cdot De^2\right)}{\left(\psi^2 - 6\alpha\cdot De + 4\alpha\cdot De^2\right)}$$

$$u_1^2 = \frac{2}{3}\left(1+2\frac{c}{k}\right)\frac{1}{c^{2/3}}l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \Omega_4$$

$$\Omega_4 = \frac{\psi^2\left[\frac{2}{3}\left(1+2\frac{c}{k}\right)\cdot\psi^2 - \frac{4}{3}\left(4+5\frac{c}{k}\right)\cdot\alpha\cdot De + \frac{4}{3}\left(1+5\frac{c}{k}\right)\cdot\alpha\cdot De^2\right]}{\frac{2}{3}\left(1+2\frac{c}{k}\right)\cdot\left(\psi^2 - 6\alpha\cdot De + 4\alpha\cdot De^2\right)}$$

$$-u_2q = l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial Q}{\partial x_2}\right)\cdot\Omega_5 \qquad \Omega_5 = \frac{\psi^3}{\left(\psi^2 - \alpha\cdot\frac{k}{c_q}\cdot Rq - 2\alpha\cdot Rq\right)}$$

$$-u_1q = \sqrt{\alpha}\cdot l^2\left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial Q}{\partial x_2}\right)\cdot\Omega_6 \qquad q^2 = \sqrt{\alpha}\cdot\frac{k}{c_q}\cdot l^2\left(\frac{\partial Q}{\partial x_2}\right)^2\cdot\Omega_7$$

$$\Omega_6 = \Omega_7 = \frac{\psi^2}{\left(\psi^2 - \alpha \cdot \dfrac{k}{c_q} \cdot Rq - 2\alpha \cdot Rq\right)}$$

$$E = \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \psi^2 \qquad \psi = \left(\sqrt{\left(\frac{\Phi}{2}\right)^2 - \Theta} - \frac{\Phi}{2}\right)^{1/2}$$

$$\Phi = -1 - \left(\frac{3}{2} + 6\alpha\right) \cdot De + \left(4\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot De^2 - \left(\alpha \cdot \frac{k}{c_q} + 2\alpha + 1\right) \cdot Rq$$

$$\Theta = \left(1 + \frac{3}{2} De + \frac{1}{2} De^2 - 4\alpha \cdot De^2 + 6\alpha \cdot De\right)\left(\alpha \cdot \frac{k}{c_q} + 2\alpha\right) \cdot Rq -$$
$$- Rq\left(4\alpha \cdot De^2 - 6\alpha \cdot De\right)$$

безразмерный локальный параметр кривизны

$$De = \frac{U_1 / R}{\left(\dfrac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)}$$

безразмерное число Ричардсона

$$Rq = \frac{\alpha g \dfrac{\partial Q}{\partial x_3}}{\left(\dfrac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^2}$$

$$k=\sqrt{\frac{c}{k}}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c}-1\right)\right]^{3/4}, \quad \mathrm{c}=\left(\frac{c}{k}\right)^{3/2}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{k}{c}-1\right)\right]^{3/4}$$

$$\sqrt{\alpha}=\frac{1}{k^2}\frac{2}{3}\left(1-\frac{c}{k}\right)$$

Полученная модель турбулентности позволяет замкнуть основные уравнения для движения и рассчитать приближенно пульсационные характеристики течения с примесью в слабо искривленных каналах. Как видно из (2) для модели не требуется дополнительной информации и эмпирических констант.